Заказ 255 ВФ-03254 Тираж 200

Отпечатано на ротапринте
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

МАГОМЕД РАСУЛ МАГОМЕДОВ

ФУНКЦИЯ ГРИНА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА ПРИ НАЛИЧИИ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА

(на русском языке)

(01.04.02 - теоретическая и математическая физика)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

ЕРЕВАН— 1975

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

М.Р.МАГОМЕДОВ

ФУНКЦИЯ ГРИНА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА ПРИ НАЛИЧИИ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА

01.04.02-теоретическая и математическая физика

(на русском языке)

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ереван-1975

Работа выполнена в Ереванском физическом институте

Научный руководитель:

действительный член АН Арм.ССР Г.М.Гарибян

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук В.М. Арутюнян

кандидат физико-математических наук Н.А. Корхмазян

Ведущее предприятие:

Физический институт АН СССР им. П.Н. Лебедева, г. Москва

Автореферат разослан "____"____________1975 года

Защита диссертации состоится "____"__________1975 года на заседании Ученого совета Ереванского физического института (актовый зал Дома ученых). С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕрФИ.

Ученый секретарь
совета ЕрФИ (В.А.Шахбазян)

Интерес к электродинамике неоднородных диспергирующих сред в первую очередь обусловлен возможными приложениями. Помимо возможностей практического использования, чисто научный интерес к электромагнитным явлениям в ограниченных диспергирующих средах стимулирует дальнейшее развитие теории как в направлении детального исследования особенностей конкретных явлений, так и в направлении усовершенствования ее математического аппарата.

Предлагаемая диссертация посвящена получению точных решений уравнений Максвелла в диспергирующих средах при наличии границ раздела и произвольном распределении внешних источников поля.

Диссертация состоит из трех глав, введения и заключения.

Известно, что электродинамика диспергирующих сред существенно отличается от электродинамики вакуума. Движение заряженных частиц в средах приводит к целому ряду специфических эффектов, отсутствующих в случае движения в вакууме. Даже равномерное и прямолинейное движение заряженной частицы в безграничной и однородной среде приводит к таким интересным явлениям, как излучение Вавилова-Черенкова[I-3] и эффект плотности Ферми[4-7]. При наличии границ раздела сред эти явления обладают целым рядом особенностей и для их рассмотрения необходимо решать граничные задачи. Другим важным эффектом является переходное излучение, которое, в отличие от излучения Вавилова-Черенкова и поляризационного эффекта Ферми, является чисто граничным эффектом, так как оно возникает только при пересечении заряженной частицей границ раздела сред. Это явление было предсказано Гинзбургом и Франком [8]. Наиболее важной особенностью этого излучения является зависимость его интенсивности от энергии частицы. В работе [8] было показано, что в оптической области частот интенсивность излучения, испускаемого назад относительно направления движения частицы, логарифмически растет с энергией частицы и что эта зависимость является ненасыщающейся при высоких энергиях. Дальнейшее развитие теории переходного излучения было в основном стимулировано работами Гарибяна [7] и Барсукова [9]. Было установлено, что интенсивность переходного излучения, испускаемого вперед по направлению движения релятивистской частицы, значительно превосходит интенсивность излучения, испускаемого назад и, что особенно важно, она линейно растет с ростом энергии частицы. Установление этих фактов привело к появлению большого количества работ (с современным состоянием теории и эксперимента можно ознакомиться по обзорам [10-14]) , в которых рассматривались особенности переходного излучения при наклонном падении частицы на границу раздела, излучение при пролете частицы через пластину, через слоистые среды и т.д.

При рассмотрении различных эффектов, возникающих при движении заряженных частиц в ограниченных диспергирующих средах, обычно предполагают, что частица движется прямолинейно и равномерно. С другой стороны, очевидно, что вследствие ионизационных потерь энергии при движении в среде или многократного рассеяния частицы на атомах среды скорость частицы может измениться.

В средах, ограниченных поверхностями раздела, основная трудность при решении различных задач заключается, как известно, в удовлетворении граничным условиям. Обычно считается, что частица движется прямолинейно и для каждого конкретного вида движения (движение по нормали к границе, под углом к границе, параллельно границе) решается граничная задача. Сама процедура удовлетворения граничным условиям при этом является достаточно громоздкой, а выражения для полей излучения не всегда имеют ясный физический смысл и обозримую структуру.

Разнообразные области применения, необходимость учета влияния различных факторов на исследуемые явления, обычная практика, когда в каждом отдельном случае движения решается граничная задача делают настоятельно необходимым развить более общий подход к задаче о движении заряженных частиц в диспергирующих средах при наличии границ раздела. Основой такого общего подхода могут служить решения уравнений Максвелла в диспергирующих средах при наличии границ раздела и произвольном распределении внешних источников поля.

Для вычисления полей произвольно движущейся заряженной частицы в средах, ограниченных плоскими границами раздела, в работах Пафомова [15-16] был развит метод изображений. Метод основан на теореме взаимности и использует тот факт, что компонента Фурье поля движущегося заряда эквивалентна полю совокупности неподвижных диполей, расположенных вдоль траектории [17].

Для определения полей, создаваемых произвольным распределением внешних источников в средах, ограниченных поверхностями раздела, в диссертации используется метод функций Грина. Использование функций Грина, соответствующих рассматриваемым граничным условиям, является обычным методом решения задач математической физики. Однако обычно функции Грина используют в электродинамике при рассмотрении задач отыскания потенциалов в однородной среде или для случая идеально проводящих границ раздела. Задача об определении точной функции Грина уравнений Максвелла в диэлектриках при наличии дисперсии и границ раздела может быть решена только для некоторых форм граничных поверхностей. Действительно, для удовлетворения граничным условиям, очевидно, необходимо использовать такую ортогональную криволинейную систему координат, чтобы одна из координатных поверхностей совпадала с границей раздела сред. Если такая система координат допускает разделение переменных, то возможно построить достаточно общие решения волнового уравнения, пригодные для решения граничных задач. Но, в отличие от скалярного волнового уравнения, где переменные разделяются в одиннадцати различных системах координат, полные решения векторного волнового уравнения в форме, непосредственно применимой к решению граничных задач, известны в настоящее время только для декартовой, сферической, конической и цилиндрической систем координат [18].

Первая глава диссертации посвящена построению функции Грина уравнений Максвелла при наличии одной плоской границы раздела сред. Функция Грина векторного волнового уравнения (или уравнения Гельмгольца) является симметричным тензором второго ранга[18]. В случае одной безграничной и изотропной среды этот тензор кратен единичному и зависит только от разности координат наблюдателя и источника. Это обусловлено тем фактом, что дифференциальный оператор Гельмгольца инвариантен относительно группы вращений, не содержит координат в явном виде, а неоднородность в правой части уравнения для функции Грина и условие излучения Зоммерфельда допускают группу трехмерных трансляций. В средах с неоднородностью вдоль оси z уравнение для функции

Грина инвариантно относительно поворотов вокруг этой оси и относительно трансляций в x и y направлениях. Исходя из этого можно, конечно, заранее постулировать общий вид тензора Грина в слоистых средах. Мы, однако, отдали предпочтение непосредственному выводу этого выражения из граничных условий. После краткого анализа случая бесконечной и изотропной среды в первом параграфе, во втором параграфе построена функция Грина для частного случая, когда плотность тока нормальна к границе раздела[19]. При этом необходимо построить только одну скалярную функцию. Для определения явного вида этой функции используется разложение сферической волны (функции Грина для бесконечного пространства) по плоским волнам. После этого, учитывая свойства симметрии и закон Снеллиуса (равенство поперечных компонент волновых векторов на границах раздела), подинтегральное выражение в этом разложении представляется в виде произведения функции Грина для одномерного уравнения Гельмгольца на фактор, сохраняющий свой вид при наличии границ раздела. Это дает возможность написать интегральное представление для функции Грина в случае плоских границ раздела и свести задачу ее построения к определению функции Грина одномерного уравнения Гельмгольца в случае двух сред. Она ищется в виде разложения по собственным функциям однородного уравнения, а коэффициенты разложения определяются из простых граничных условий и принципа излучения.

В третьем параграфе построена функция Грина в случае произвольного движения заряженных частиц [20]. В данном случае коэффициенты разложения одномерной функции Грина по решениям однородного уравнения являются симметричными тензорами. Структура и явный вид этих тензоров определены исходя из условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границе раздела.

В этой главе получено также асимптотическое выражение для функции Грина (поля в волновой зоне). В качестве примера рассмотрено излучение заряженной частицы, движущейся с постоянной скоростью вдоль нормали к границе раздела двух сред, причем считается, что частица движется из точки $z = -a$, находящейся в первой среде в точку $z = b$, расположенной во второй среде. Такая задача позволяет исследовать процесс формирования поля переходного излучения [21]. Поле излучения существенным образом зависит от значений двух параметров a/z_0 и b/z_1 , где z_0 и z_1 - зоны формирования переходного излучения в первой и во второй средах соответственно. Анализ показывает, что при малых значениях этих параметров ($a/z_0 \ll 1$, $b/z_1 \ll 1$) поля, создаваемые частицей на участках траектории в первой и во второй средах, малы. Они растут с ростом этих параметров, а при больших значениях этих величин ($a \gg z_0$, $b \gg z_1$) перестают зависеть от a и b . Рассмотрено также излучение Вавилова-Черенкова с учетом ускорения в точках $z = \pm a$.

Во второй главе получены точные решения уравнений Максвелла в произвольных диспергирующих слоистых средах и произвольном распределении источников поля [22,23] . Результаты, полученные в первой главе, позволяют свести построение тензора Грина в слоистых средах к построению двух скалярных одномерных функций Грина, поскольку структура этого тензора в средах, ограниченных плоско-параллельными границами, такая же, как и в случае одной границы раздела. Эти две одномерные функции Грина соответствуют двум возможным типам поляризации плоской волны. Посредством удобного представления и матричных обозначений достигается крайняя простота и единообразие при построении этих функций. Эти функции построены с помощью двух линейно независимых

решений уравнения типа Штурма-Лиувилля. При этом явным образом учитываются свойства симметрии функции Грина относительно перестановок координат наблюдателя и источника, и она непосредственно выводится из стандартных требований, которым должна удовлетворять функция Грина уравнения Штурма-Лиувилля. Такой метод не только отличается своим математическим совершенством, но и позволяет полностью выявить все свойства симметрии коэффициентов разложения функции Грина по собственным функциям. Пользуясь понятием характеристической матрицы слоистой среды и ее наиболее удобной с математической и физической точек зрений параметризацией, все результаты представлены в виде, удобном для конкретных применений. Значительное внимание уделено важному с практической точки зрения частному случаю слоистых сред - периодическим слоистым средам с произвольной периодичностью.

В третьей главе диссертации построена функция Грина уравнений Максвелла в случае, когда граница между двумя диспергирующими средами имеет сферическую форму, а плотность тока является произвольной векторной функцией [24]. В отличие от случая плоских границ раздела, когда простая геометрия координатной системы позволяла избежать явного разложения поля на продольную и поперечные составляющие, в данном лучае мы вынуждены с самого начала разложить электрическое поле на его продольную и поперечные части. После разложения поперечной части электрического и магнитного полей по векторным сферическим гармоникам, задача сводится к построению трех одномерных сферически симматричных функций Грина. Эти функции удовлетворяют простым граничным условиям, и они построены, как и в первых двух главах, добавляя к решениям для бесконечного пространства решения соответствующих однородных уравнений , подобранные исходя из условия конечности полей и принципа излучения. Из полученных точных решений следуют асимптотические выражения для полей, пригодные для рассмотрения излучений ограниченных распределений токов.

В десятом параграфе вычислена интенсивность излучения заряда, равномерно вращающегося вокруг диэлектрической сферы. Рассмотрены нерелятивистский и ультрарелятивистский случаи. В этих случаях получены замкнутые выражения для интенсивности излучения, обобщающие известные результаты, относящиеся к движению по окружности в вакууме. В ультрарелятивистском случае влияние "металлической сферы" на спектр излучения описывается параметром $y=\left(\frac{n}{2}\right)^{2/3}\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right)$, где n – номер излучаемой гармоники, a – радиус сферы, b – радиус орбиты. При малых значениях y интенсивность излучения пропорциональна y^2. При $y \gg 1$ наличие сферы не влияет на интенсивность излучения. Наличие сферы эффективно сказывается при $y \sim 1$.

В последнем параграфе рассмотрено переходное излучение заряженной частицы при ее пролете через диэлектрическую сферу радиуса a и произвольной оптической плотности $\varepsilon(\omega)$ [25]. Выведено общее выражение для интенсивности и в длинноволновом и коротковолновом приближениях проанализированы частные случаи:

а) образование переходного излучения на сфере малого радиуса ($\frac{\omega a}{c} \ll 1$) и не слишком большой оптической плотности ($\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\omega a}{c} \ll 1$);

б) излучение, образованное на сфере малого радиуса и большой оптической плотности ($|\varepsilon| \to \infty$);

в) переходное излучение на сфере большого радиуса ($\frac{\omega a}{c} \gg 1$) и малой оптической плотности ($|\varepsilon - 1| \ll 1$).

Во всех случаях получены простые и замкнутые выражения для интенсивности излучения.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах [19-25].

ЛИТЕРАТУРА

I. И.М.Франк. Нобелевская лекция. УФН, 68, 397 (1959)
2. Б.М.Болотовский. УФН, 62, 20I (1957); 75, 295 (196I)
3. В.П.Зрелов. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий, т.I, М.,1968
4. Э.Ферми. Ядерная физика, ИЛ.,М.,195I
5. Л.Д.Ландау,Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред,ГИТТЛ, М.,1957
6. R.M.Sternheimer. Phys. Rev. 88, 85I(1952); I03,5II (1956)
7. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ, 37, 527 (1959)
8. В.Л.Гинзбург,И.М.Франк. ЖЭТФ, I6, I5(1946)
9. К.А.Барсуков. ЖЭТФ, 37, II06 (1959)
I0. Ф.Г.Басс,В.М.Яковенко. УФН, 86, I89 (1965)
II. И.М.Франк. УФН, 87,I89 (1965)
I2. Г.М.Гарибян. Препринт ЕФИ-ТФ-I3(1970)
I3. М.Л.Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Изд. АН Арм.ССР,Ереван (1969)
I4. Г.М.Гарибян. Препринт ЕФИ-24 (1973)
I5. В.Е.Пафомов. Препринт ФИАН, № 3I,1966
I6. В.Е.Пафомов. Изв.вузов, Радиофизика, I0, 240 (1967)
I7. И.М.Франк. Изв. АН СССР, сер.физич. 6, 3 (1942)
I8. Ф.М.Морс,Г.Фешбах. Методы теоретической физики,т.I,2,ИЛ, 1958
I9. М.Р.Магомедов. ДАН Арм.ССР, 36, I57 (1963)
20. М.Р.Магомедов. Изв.АН Арм.ССР, Физика, 2 ,I70 (1967)
2I. Г.М.Гарибян,М.Р.Магомедов. ДАН Арм.ССР, 36, 77(1963)
22. М.Р.Магомедов,М.М.Мурадян. Изв.АН Арм.ССР, Физика, 7,I78 (1972)
23. М.Р.Магомедов,С.С.Элбакян. Изв.АН Арм.ССР,Физика,9, 295(1974)
24. М.Р.Магомедов. Изв.АН Арм.ССР,Физика, 4,27I (1969)
25. М.Р.Магомедов. Изв.АН Арм.ССР,Физика ,I0,II (1975).